



## **1. Introducción**

### *1.1. Antecedentes*

Los estudios dedicados a analizar el desempeño (eficiencia o cambio en la productividad) de las estaciones depuradoras de aguas residuales (EDARs) han proliferado rápidamente durante los últimos años (Fuentes et al. 2017, Guerrini et al. 2017). El motivo de este creciente interés es doble. Por un lado, el tratamiento de las aguas residuales con el fin de proteger la salud humana y la sostenibilidad medioambiental es crucial (Molinos-Senante et al. 2016). Por otro lado, la necesidad de velar por la sustentabilidad financiera de estas instalaciones es fundamental dado que los costes del proceso se deben transferir a los ciudadanos.

El objetivo de este trabajo es contribuir a mejorar los métodos de evaluación de la eficiencia y/o productividad de las EDARs mediante la identificación de un problema inherente a los mismos. Dicho problema radica en la definición de los outputs del proceso de depuración, el cual afecta a los resultados obtenidos llevando a conclusiones no adecuadas. No hay estudios previos que hayan tratado este aspecto, a pesar de que una consideración inadecuada de dichos outputs, habitualmente, genera errores en los resultados de eficiencia y/o productividad. Así, el hecho de no incorporar en los análisis la imposibilidad de eliminar más concentración de contaminantes del que exista en los efluentes, supone que los resultados pueden llevar a valores de eficiencia irreales.

Sobre la base de lo expuesto, este trabajo contribuiría a la actual línea de investigación en gestión de EDARs de dos formas. En primer lugar, identificando un problema inherente a la definición de los outputs del proceso de depuración que genera resultados erróneos en los niveles de eficiencia y/o productividad de las estaciones de depuración. En segundo lugar, una alternativa de corrección del problema que proporciona resultados coherentes.

El trabajo se estructura del siguiente modo. La sección 1.2 repasa brevemente la literatura previa sobre la evaluación de la eficiencia de EDARs. La sección 2 presenta el método utilizado. En la 3 se describen los datos utilizados, así como las variables involucradas en el estudio. La 4 recoge los resultados obtenidos y realiza comparaciones

entre el modelo tradicional y el propuesto en este trabajo y, finalmente, la 5 muestra las conclusiones.

## *1.2. Revisión de la literatura*

Existe una amplia serie de trabajos publicados dedicados a la evaluación de la eficiencia de EDARs, e incluso algunos en los que se lleva a cabo una revisión exhaustiva de la bibliografía previa (Fuentes et al., 2015, 2017). En general, puede observarse que el análisis envolvente de datos (DEA por sus siglas en inglés) sigue siendo el método más utilizado en los trabajos que presentan como objetivo la evaluación de la eficiencia y/o productividad de EDARs. No obstante, no ha existido ningún trabajo previo que utilizara un modelo en el que se incluyeran restricciones relacionadas con la máxima cantidad de contaminantes que las EDARs pueden eliminar en el efluente. En todos los trabajos previos, siempre se asumió que la cantidad adicional de contaminantes que sería posible eliminar de los efluentes no estaría limitada por ninguna circunstancia. Sin embargo, es evidente que el límite está marcado por la cantidad (concentración) de contaminantes en los propios efluentes. En otras palabras, no es posible mejorar la eliminación de contaminantes más allá de su total eliminación. Igualmente, hay trabajos que han empleado otros medios de estimación distintos a DEA, tales como el Free Disposal Hull (FDH) (Fuentes et al., 2015, Guerrini et al., 2017) e incluso otros autores han combinado DEA con otros métodos como el bootstrap (Fuentes et al., 2017), Life Cycle Assessment (LCA) (Lorenzo-Toja et al., 2015, 2018) o incluso Hicks-Moorsteen Productivity Index (Molinos-Senante et al., 2016b), pero en ninguna ocasión se consideró un límite máximo de eliminación del nivel de contaminantes.

De este modo, parece lógico y apropiado que el análisis del funcionamiento de las EDARs avance con el fin de incorporar cambios que posibiliten la consideración de enfoques más ajustados a la realidad. De este modo, mejorarán tanto los resultados como las posibilidades de gestión, ajustando mejor la estimación sobre la reducción posible de los costes implicados en el proceso y mejorando la de los productos del mismo.

## **2. Método**

El modelo escogido para la realización de este trabajo es el Weighted Russell Directional Distance Model (WRDDM). El motivo para su elección es múltiple. En primer lugar, al ser un modelo no radial, permite conocer la incidencia de cada una de las variables sobre el nivel de eficiencia total de las EDARs. Esta característica, además, permitirá observar de modo más claro el problema que deseamos poner de manifiesto. En segundo lugar, WRDDM se basa en la optimización de una función distancia direccional que permite la inclusión de outputs no deseables como parte del proceso, es decir, outputs del proceso productivo que se quieren minimizar (emisiones de gases de efecto invernadero, por ejemplo, en el ámbito de la depuración). Finalmente, el hecho de que este modelo ya ha sido utilizado con anterioridad en el sector (Molinos-Senante et al., 2016) avala que su uso sea adecuado.

Se considera que existen  $k \in \mathfrak{R}_+^K$  unidades a analizar o tomadoras de decisión (DMUs) dadas por las EDARs, que utilizan diversos inputs representados por un vector  $x \in \mathfrak{R}_+^N$  para producir múltiples outputs deseados, dados por el vector  $y \in \mathfrak{R}_+^M$ , así como no deseados, estos últimos representados por el vector  $b \in \mathfrak{R}_+^J$  (Fujii et al., 2014). La tecnología utilizada para ello estaría dada por el conjunto:

$$T = \{(x, y, b) : x \text{ puede producir } (y, b)\} \quad (1)$$

para el cual se cumplen las siguientes condiciones:

$$1) \quad (2)$$

$$\forall (x, y, b) \in T \wedge y' \leq y \Rightarrow (x, y', b) \in T$$

Lo cual supone que existe libre disponibilidad de outputs deseados, es decir, es posible obtener una cantidad de output deseable inferior sin reducir la de no deseados (Wei et al., 2015).

$$2) \quad (3)$$

$$\text{Si } (x, y, b) \in T \wedge 0 \leq \mu \leq 1 \Rightarrow (x, \mu y, \mu b) \in T$$

Es decir, es posible reducir de modo proporcional ( $\mu$ ) la cantidad de outputs deseables y no deseables generados (disponibilidad débil de los outputs no deseables) (Färe et al., 1993).

$$3) \text{ Si } (\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{b}) \in T \wedge \mathbf{b} = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{y} = \mathbf{0} \quad (4)$$

Lo cual implica que no es posible generar outputs deseados sin producir no deseables (null-jointness) (Bi et al., 2014).

Las tres condiciones anteriores (disponibilidad libre de outputs deseables, débil de outputs no deseables y null-jointness) se dan en el ámbito de la depuración de aguas residuales (Molinos-Senante et al., 2015).

A su vez, la función de distancia direccional que tendría como objetivo aumentar los outputs deseables reduciendo los no deseables y los inputs sería:

$$\vec{D}(\mathbf{x}, \mathbf{y}; \mathbf{g}) = \sup\{\theta: (\mathbf{x} + \theta \mathbf{g}_x, \mathbf{y} + \theta \mathbf{g}_y, \mathbf{b} + \theta \mathbf{g}_b) \in T\} \quad (5)$$

donde el vector direccional  $\mathbf{g} = (\mathbf{g}_x, \mathbf{g}_y, \mathbf{g}_b) = (-1, 1, -1)$  establece la dirección en que el nivel de los inputs y los outputs serán modificados en el sentido antes mencionado. Si una DMU (depuradora) estuviera justo sobre la frontera de eficiencia (eficiente) ocurriría que  $\vec{D}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{b}; \mathbf{g}) = 0$ . En caso de ser ineficiente, estaría por debajo de dicha frontera, por lo cual,  $\vec{D}(\mathbf{x}, \mathbf{y}; \mathbf{g}) > 0$  (Barros et al., 2012).

Con lo anterior, el WRDDM que calcularía el nivel de ineficiencia de la DUM<sub>0</sub>, bajo rendimientos variables a escala (RVE), sería:

$$\vec{D}(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{b}_0; \mathbf{g}) = \theta_0 = \text{Max} \left( \sum_{n=1}^N \omega_{n0} \beta_{n0} + \sum_{m=1}^M \omega_{m0} \beta_{m0} + \sum_{j=1}^J \omega_{j0} \beta_{j0} \right)$$

s.t.

$$\sum_{k=1}^K \lambda_k x_{nk} \leq x_{n0} + \beta_{n0} g_{xn}, \quad \forall n: 1, \dots, N$$

$$\sum_{k=1}^K \lambda_k y_{mk} \geq y_{m0} + \beta_{m0} g_{ym}, \quad \forall m: 1, \dots, M$$

$$\sum_{k=1}^K \lambda_k b_{jk} = b_{j0} + \beta_{j0} g_{bj}, \quad \forall j: 1, \dots, J$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^K \lambda_k &= 1 \\ \lambda_k &\geq 0, \quad \forall k: 1, \dots, K \end{aligned} \quad (6)$$

donde  $\beta_{n0}$ ,  $\beta_{m0}$  y  $\beta_{j0}$  serían las variables de holgura (ineficiencia) para cada uno de los  $n$  inputs,  $m$  outputs deseables y  $j$  outputs no deseables de la  $DMU_0$  respectivamente. Cuanto más próximos sean sus valores a cero menos nivel de ineficiencia presentarán. Por otro lado,  $\omega_{nk}$ ,  $\omega_{mk}$  y  $\omega_{jk}$  son las ponderaciones o niveles de importancia que cada uno de los valores de ineficiencia de los inputs y los outputs tienen a la hora de calcular la ineficiencia total de la  $DMU_0$ , es decir,  $\theta_0$ . Habitualmente, suelen usarse para dichas ponderaciones unos valores predefinidos otorgándoles la misma importancia en el cómputo de  $\theta_0$ . Así, por emplear  $N$  inputs para producir  $M$  outputs deseables generando  $J$  no deseables, las ponderaciones serían el inverso del cardinal de cada uno de los conjuntos. Finalmente, los  $\lambda_k$  representan las componentes de los vectores de intensidad utilizados para generar combinaciones lineales de DMUs con las que el programa lineal establece comparaciones con la  $DMU_0$  (Molinos-Senante et al., 2016).

El programa lineal reflejado en (6) no presentaría ningún tipo de inconveniente de no ser por el modo particular en que los outputs deseables deben ser definidos en el ámbito del sector de la depuración de aguas residuales. Dado que el objetivo de cualquier EDAR es eliminar contaminantes, habitualmente sus outputs deseables se definen como la diferencia de concentración de contaminantes entre el influente y el efluente (entrada y salida de agua en la EDAR). De este modo, cuanto más contaminantes se eliminan, siendo todo lo demás constante, mejor es su nivel de eficiencia. Sin embargo, al no introducir ningún tipo de restricción en (6) que posibilite al modelo conocer el máximo nivel de eliminación de contaminantes que es posible llevar a cabo, la solución generada puede indicar un nivel de depuración adicional superior a su cantidad real de salida. Esta situación, además de no representar una solución factible, implicaría unos niveles de eficiencia erróneos al estar basados en una información incompleta. Por otro lado, este tipo de escenario no es exclusivo de las soluciones obtenidas con modelos como el representado en (6) sino, en general, propio de cualquier otro modelo de programación lineal aplicado en el ámbito de la evaluación de eficiencia de EDARs hasta el momento.

Con el fin de evitar este tipo de resultados, es necesario incorporar de algún modo datos que hagan referencia al límite factible de depuración para cada contaminante. De este modo, en este trabajo se propone la siguiente modificación del modelo (6):

$$\begin{aligned} \bar{D}(x_0, y_0, b_0; g) = \theta_0 = \text{Max} & \left( \sum_{n=1}^N \omega_{n0} \beta_{n0} + \sum_{m=1}^M \omega_{m0} \beta_{m0} + \sum_{j=1}^J \omega_{j0} \beta_{j0} \right) \\ \text{s.t.} & \\ \sum_{k=1}^K \lambda_k x_{nk} \leq x_{n0} + \beta_{n0} g_{xn}, & \quad \forall n: 1, \dots, N \\ \sum_{k=1}^K \lambda_k y_{mk} \geq y_{m0} + \beta_{m0} g_{ym}, & \quad \forall m: 1, \dots, M \\ \sum_{k=1}^K \lambda_k b_{jk} = b_{j0} + \beta_{j0} g_{bj}, & \quad \forall j: 1, \dots, J \\ \sum_{k=1}^K \lambda_k = 1 & \\ \beta_{m0} \leq y_{m0}^s, & \quad \forall m: 1, \dots, M \\ \lambda_k \geq 0, & \quad \forall k: 1, \dots, K \end{aligned} \quad (7)$$

Donde  $y_{m0}^s$  representa el nivel de salida del contaminante  $m$  para la DMU<sub>0</sub>. La diferencia entre el modelo (6) y el (7) radica en el quinto conjunto de restricciones, el cual limita la cantidad adicional de limpieza del contaminante  $m$  ( $\beta_{m0}$ ) estableciendo que, como máximo, podrá ser igual al nivel de salida del mismo ( $y_{m0}^s$ ). De este modo, el modelo (7) ofrecerá soluciones factibles y niveles de eficiencia sin sesgos relacionados con la definición de las variables.

En la sección de este trabajo referida a los resultados, se obtendrán las soluciones de ambos modelos y se compararán los resultados para resaltar las diferencias.

### 3. Datos y variables

Con el fin de evitar problemas que puedan surgir debido a la existencia de heterogeneidad entre las diferentes unidades a comparar, se ha seleccionado un conjunto de plantas depuradoras lo más homogéneo posible para llevar a cabo el análisis. De este modo, la muestra elegida comprende a 30 EDARs que son gestionadas por la misma empresa pública de tratamiento de aguas residuales (Entidad Pública de Saneamiento de Aguas Residuales –EPSAR-) que realizan su actividad en la Comunidad Valenciana (Este de España). Además, se ha tenido en cuenta que todas las EDARs seleccionadas

eliminaran el mismo tipo de contaminantes: sólidos en suspensión, materia orgánica (medida como demanda química de oxígeno -DQO-) y nutrientes (nitrógeno y fósforo). Finalmente, se tuvo cuidado en que todas las plantas utilizaran el mismo tipo de tratamiento secundario y línea de fangos (aireación extendida y secado mecánico) así como la misma clase de consumo de energía (sin utilización de cogeneración).

Tras la determinación de los criterios de selección para la muestra, y una vez escogida la misma, la elección de las variables a analizar se llevó a cabo considerando las utilizadas en trabajos previos por medio de la revisión de la literatura existente sobre el tema, aparte de tener en cuenta la opinión de los expertos y la información disponible al respecto (Barros et al., 2006). Las tablas 1 y 2 contienen las principales características de todas las variables consideradas. Toda la información se extrajo de la base de datos facilitada por EPSAR y de la publicada por Red Eléctrica de España (REE) para el año 2016.

**Tabla 1. Descripción de la muestra.**

	<b>Inputs</b>	<b>Outputs deseables</b>				<b>Outputs no deseables</b>
	<b>Costes operativos anuales (CO) (€/m3)</b>	<b>Sólidos en suspensión eliminados anualmente (SSR) (mg/l)</b>	<b>Demanda química de oxígeno eliminada anualmente (DQOR) (mg/l)</b>	<b>Nitrógeno eliminado anualmente (NR) (mg/l)</b>	<b>Fósforo eliminado anualmente (PR) (mg/l)</b>	<b>Gases de efecto invernadero (CO2) Kg de CO2 equivalente por m3 al año</b>
<b>Media</b>	0.78	298.90	581.77	50.64	7.45	0.17
<b>Desviación típica</b>	1.07	168.45	254.71	20.72	3.42	0.19

Fuente: EPSAR y Red Eléctrica de España (REE).

**Tabla 2. Descripción de las variables de contexto.**

	Continuass				Discretas	
	Edad (A) (años)	Nivel de sobrecapacidad (NS) (%)	Tamaño de planta (T) (M3/año)		Línea de agua (LA)	Línea de secado de fangos (LF)
<b>Media</b>	20.05	51.85	1,923,079.00	<b>Categorías</b>	Aireación prolongada tipo carrusel o convencional	Centrifugado Filtro banda Eras de secado
<b>Desviación típica</b>	7.93	21.45	1,685,962.20			

Fuente: EPSAR.

#### 4. Resultados y discusión

##### 4.1. Niveles de ineficiencia de las depuradoras

La información referente a las variables recogidas y descritas en el apartado anterior (sección 3) fue analizada utilizando el programa R 3.5.0 con el paquete LpSolve 5.6.13. Los scripts necesarios para solucionar los modelos (6) y (7) fueron escritos por los autores del presente trabajo. Adicionalmente, se llevó a cabo el test no paramétrico de Simar y Wilson (2002) para la determinación de la existencia de rendimientos variables a escala (RVE), obteniendo como resultado la confirmación de los mismos con un valor de  $-C\alpha = -0.0678825$ . La tabla 3 muestra los niveles de eficiencia global alcanzados por las 30 EDARs analizadas de acuerdo a las especificaciones de ambos modelos, así como las diferencias entre ellos. La Figura 1 muestra esas diferencias gráficamente.

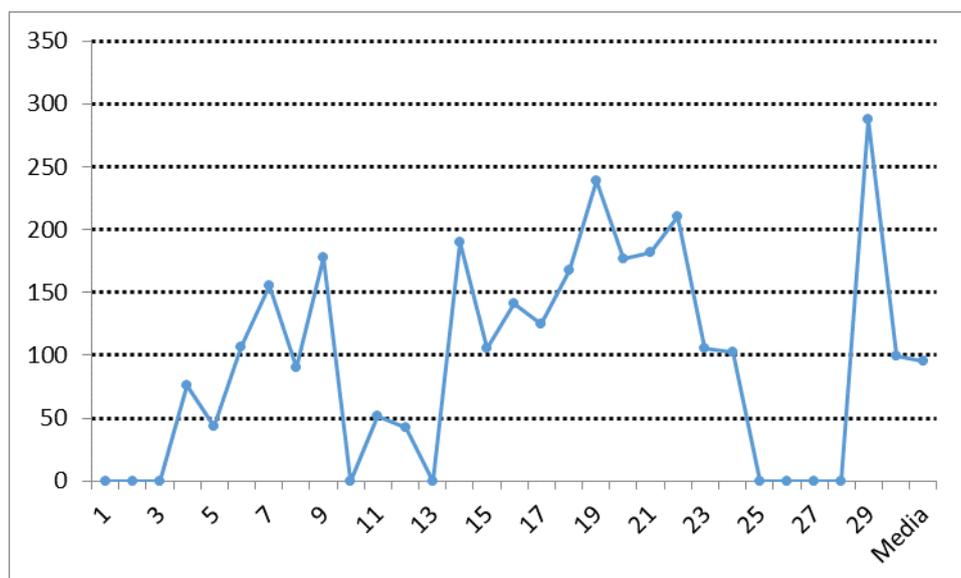
**Tabla 3. Eficiencia global según modelos (6) y (7).**

DMUs	Eficiencia global modelo (6)	Eficiencia global modelo (7)	Diferencias
1	0	0	0
2	0	0	0
3	0	0	0

4	91.757	15.881	75.876
5	54.115	10.950	43.165
6	118.141	12.010	106.127
7	165.554	10.302	155.202
8	106.159	15.673	90.488
9	187.423	9.765	177.592
10	0	0	0
11	61.585	10.508	51.129
12	50.527	8.636	41.895
13	0	0	0
14	199.782	9.918	189.887
15	119.865	14.680	105.200
16	153.495	12.779	140.808
17	133.920	8.709	125.287
18	176.699	9.365	167.378
19	248.533	9.648	238.900
20	184.772	8.574	176.330
21	189.758	7.878	181.939
22	218.655	8.118	210.572
23	115.606	10.138	105.653
24	122.340	20.380	101.987
25	0	0	0
26	0	0	0
27	0	0	0
28	0	0	0
29	300.870	12.936	287.478
30	111.672	12.217	99.505
<b>Media</b>	103.708	7.969	95.747

Fuente: Elaboración propia.

**Figura 1. Diferencias en los resultados de eficiencia global entre los modelos (6) y (7) para cada DMU.**



Fuente: Elaboración propia.

Cada uno de los valores de la tabla 3 se interpretaría como la media ponderada de las reducciones de inputs y outputs no deseables junto con los aumentos de outputs deseables necesarios para que cada EDAR llegara a ser eficiente. De este modo, cuanto más próximo sea dicho valor a cero, más eficiente será la EDAR y viceversa.

En ambos casos, el número de unidades eficientes fue de 9, pero, tal y como cabía esperar, puede observarse como el modelo (7) ofrece niveles de ineficiencia menores para cada una de las DMUs no eficientes. Todo ello resulta en un nivel de ineficiencia media del modelo (7) muy inferior a la obtenida a partir del (6).

En la tabla 4 se muestran los niveles de ineficiencia para cada una de las variables consideradas.

**Tabla 4. Ineficiencia para cada una de las variables (holguras) según modelos (6) y (7).**

DMUs	Modelo (6)						Modelo (7)						
	CO	SSR	DQOR	NR	PR	CO2	CO	SSR	DQOR	NR	PR	CO2	
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

4	0	182.555	174.950	8.564	0.575	0.031	0	7.000	47.000	8.564	0.575	0.031
5	0	111.408	89.253	13.318	1.203	0.104	0	3.000	25.000	13.318	1.203	0.104
6	0	293.439	160.244	16.730	2.063	0.007	0.090	5.000	34.000	5.150	3.380	0.027
7	0.019	261.144	388.286	10.886	1.864	0.000	0.121	4.000	26.000	7.020	3.945	0
8	0	151.363	246.313	25.008	1.736	0.018	0.073	8.000	38.000	13.780	2.320	0.036
9	0.943	270.219	458.038	16.531	3.019	0	1.339	3.000	25.000	5.770	1.830	0.064
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0.173	133.766	110.751	1.705	0	0	0.173	5.000	35.000	1.705	0	0
12	0.003	108.825	66.585	23.844	2.847	0	0.026	5.000	23.000	5.080	1.320	0.007
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0.225	302.863	465.403	27.198	3.214	0	0.293	7.000	22.000	9.210	0.540	0.026
15	0.169	132.638	310.498	35.364	0.641	0	0.194	9.000	36.000	10.630	2.560	0.012
16	0.066	212.025	360.945	35.705	5.405	0	0.151	6.000	32.000	11.040	1.330	0.034
17	0.076	243.550	268.990	19.257	3.945	0	0.085	3.000	22.000	8.430	1.090	0.010
18	0.159	179.088	484.108	39.415	3.867	0	0.276	6.000	23.000	6.610	0.700	0.046
19	0	340.338	611.033	40.073	2.530	0.013	0.122	6.000	24.000	3.770	3.970	0.049
20	0.133	287.138	419.998	27.874	4.196	0	0.172	5.000	21.000	6.440	1.200	0.023
21	0.315	318.118	411.875	24.470	4.020	0	0.325	4.000	20.000	6.240	0.390	0.014
22	0.480	301.063	516.103	48.794	7.698	0	0.757	8.000	17.000	3.690	1.270	0.076
23	0.172	193.007	255.652	11.808	2.308	0	0.180	8.000	25.000	6.170	0.960	0
24	0	188.045	250.506	44.927	5.527	0.029	0.052	9.000	64.000	6.840	0.920	0.051
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
29	1.913	556.968	635.870	0	0	0.556	3.763	7.000	12.000	13.640	1.980	0.782
30	0.068	206.312	229.709	10.052	0.693	0	0.068	7.000	31.000	10.052	0.693	0
Media	0.164	165.796	230.504	16.051	1.912	0.025	0.275	4.167	20.067	5.438	1.073	0.046

Fuente: Elaboración propia.

Los valores recogidos en la tabla 4 muestran las reducciones (inputs y output no deseable) y aumentos (outputs deseables) que cada variable debe experimentar para que la DMU correspondiente llegue a ser eficiente. De este modo, por ejemplo, si tenemos en cuenta el resultado de la variable relacionada con los costes operativos anuales de la DMU<sub>9</sub>, su valor según el modelo (6) sería igual a 0.943. Al ser un input, implicaría que sería necesario una reducción del nivel anual de dichos costes de 0.943 para que esa depuradora pudiera alcanzar su valor de eficiencia global. De modo análogo, ocurriría

para el resto de variables. Así, cuanto más cercano sean sus valores a cero, mejor será el nivel de eficiencia alcanzado por la variable.

De nuevo, tal y como se esperaba, de la comparación de la media de resultados de ambos modelos puede concluirse que el (7) resulta en un menor requerimiento medio de aumento para los outputs deseables (4.167, 20.067, 5.438, 1.073 frente a 165.796, 230.504, 16.051, 1.912 para SSR, DQOR, NR, PR respectivamente), al tiempo que implica una mayor reducción de inputs y output no deseable (0.275 y 0.046 frente a 0.164 y 0.025 para CO y CO<sub>2</sub> respectivamente).

Centrándonos en los resultados del modelo (7), el número de planta eficientes desde un punto de vista global fue de 9 (EDARs 1, 2,3, 10, 13, 25, 26, 27 y28) lo cual supone un 30% del total. Estas mismas 9 depuradoras fueron las únicas (a excepción de DMU<sub>4</sub> y DMU<sub>5</sub>) que mostraron un uso eficiente de todos sus recursos, lo cual supone que, prácticamente, solo las totalmente eficientes habrían utilizado la cantidad mínima de inputs requeridos para llevar a cabo su proceso de eliminación de contaminantes. Por otro lado, el nivel de eficiencia global medio del total de la muestra sería de 8.008 (Tabla 3), el cual asciende a 11.440 cuando en dicho nivel medio se computan solo las ineficientes, lo cual supone un esfuerzo de mejora un 42.86% mayor.

Adicionalmente, el nivel de eficiencia medio logrado por el conjunto de las 30 depuradoras para los inputs fue 0.275. Ello significa que, en media, sería necesaria una reducción de 0.275 unidades de CO. No obstante, dichas disminuciones tendrían que recaer sobre las 19 plantas ineficientes en el uso de los recursos (63.3% de la muestra). Ello supone que la reducción media potencial de inputs sería de 0.434 al considerar únicamente las ineficientes.

En lo referente a la eficiencia mostrada en la eliminación de contaminantes, de nuevo ocurre que, excepto con la DMU<sub>11</sub>, solo aquellas unidades que fueron globalmente eficientes, también lo fueron removiendo elementos nocivos. Esto supone que prácticamente el 70% de las depuradoras analizadas podrían mejorar su nivel de outputs deseables sin alterar la utilización de recursos ni contribuir a la emisión de más CO<sub>2</sub>. En cualquier caso, en media, la mayor eliminación adicional de contaminantes tendría que

centrarse en el nivel de DQOR (20.067), seguida de NR (5.438), SSR (4.167) y PR (1.073) respectivamente, lo cual supone un resultado importante con el fin de diseñar estrategias que mejoren la gestión ya que permite priorizar objetivos.

Finalmente, desde el punto de vista de los outputs no deseables, se observa que existirían cuatro depuradoras eficientes (EDARs 7, 11, 23 y 30) aparte de las 9 que lo son globalmente, siendo el nivel medio potencial de reducción adicional de 0.046.

#### 4.2. Influencia de las variables de contexto

Una vez obtenidos los resultados de eficiencias totales e individuales de ambos modelos, se procedió a comprobar si existía algún tipo de relación entre los mismos y los valores de las variables de contexto de las EDARs. Con este fin, las variables contextuales consideradas fueron las ya reflejadas en la Tabla 2: la edad (E), nivel de sobrecapacidad (NS), el tamaño de cada planta (T), tipo de línea de agua empleada (LA) y tipo de línea de fango utilizada (LF). Para ello se utilizó tanto el test de Kruskal-Wallis como el de Mann-Whitney debido a que la naturaleza no paramétrica de ambos es acorde con la del método DEA, siendo el último adecuado para los casos en que las variables contextuales solo pudieran tomar dos valores diferentes. Ambos se implementaron mediante el uso del software R 3.5.0.

Los distintos niveles en los que las variables fueron divididas se muestran en la Tabla 5 y su segmentación se basó en los valores particulares de las variables y/o en los diferentes tipos en las que cada variable está ya clasificada por defecto.

**Tabla 5. Segmentación de las variables de contexto.**

	Continuas			Discretas	
	Edad (E) (años)	Sobrecapacidad (NS) (%)	Tamaño de planta (T) (m <sup>3</sup> /año)	Línea de agua (LA)	Línea de secado de fangos (LF)
<b>Segmentación</b>	<=16 y >16	Sobreutilización > 110% Óptimo (90%, 110%) Subutilización < 90%	Pequeño <=750,000 Medio <b>[750.000 – 2.500.000]</b> Grande >2,500,000	Aireación prolongada tipo carrusel o convencional	Centrifugado, Filtro de banda o Eras de secado

Fuente: EPSAR.

Así, las plantas fueron clasificadas en dos grupos según la edad, teniendo plantas con más de 16 años y otras con 16 o menos, en función de las edades que se presentaban en la muestra considerada y atendiendo a que su distribución fuera similar en ambos grupos. El nivel relativo de uso se computó observando la existencia de sobreutilización del nivel de diseño de la planta, utilización óptima o subutilización, entendiendo por uso óptimo el establecido en un entorno del más/menos 10% de su capacidad de diseño. El tamaño de planta siguió un criterio similar al de la edad, pero estableciendo las tres categorías observables en la Tabla 5 y, finalmente, las variables discretas usaron los valores que existían en la muestra como tales.

A su vez, la Tabla 6 recoge los resultados de los test obtenidos con R 3.5.0, observándose que en ninguno de los casos puede rechazarse la hipótesis no existencia de relación entre los valores de las variables de contexto y los valores de congestión. De este modo, no se encontraría ningún tipo de relación significativa (95%) entre los valores de ineficiencia encontrados y las diversas características de las plantas, ni a nivel global, ni a nivel individual de cada variable. Además, este resultado es común a ambos modelos.

**Tabla 6. Resultados de los tests de Kruskal-Wallis/Mann-Whitney.**

	Continuas			Discretas	
	Edad (E) (Años)	Sobrecapacidad (NS) (%)	Tamaño de planta (T) (M <sub>3</sub> /año)	Línea de agua (LA)	Secado de fangos (LF)
<b>Modelo (6)</b>					
<b>Eficiencia Total</b>	0.232	0.558	0.126	0.373	0.085
<b>CO</b>	0.229	1.000	0.446	0.742	0.173
<b>SSR</b>	0.235	0.558	0.099	0.349	0.085
<b>DQOR</b>	0.214	0.560	0.152	0.448	0.099
<b>NR</b>	0.608	0.638	0.647	0.158	0.163
<b>PR</b>	0.541	0.554	0.774	0.064	0.185
<b>CO<sub>2</sub></b>	0.544	0.640	0.453	0.342	0.661
<b>Modelo (7)</b>					
<b>Eficiencia Total</b>	0.653	0.815	0.730	0.858	0.215
<b>CO</b>	0.263	0.722	0.094	0.299	0.125

<b>SSR</b>	0.760	0.953	0.875	0.893	0.145
<b>DQOR</b>	0.628	0.953	0.454	0.503	0.209
<b>NR</b>	0.285	0.815	0.838	0.755	0.131
<b>PR</b>	0.308	0.480	0.401	0.560	0.22
<b>CO<sub>2</sub></b>	0.341	0.904	0.767	0.854	0.322

Fuente: Autores.

Lo anterior supondría que las ineficiencias afectarían a las EDARs sin centrarse en ningún tipo de sus características exógenas, implicando así que la existencia de tales situaciones de sobreinversión en recursos podría estar vinculada a otro tipo de factor diferente a los considerados.

En todo caso, estos resultados tendrían algunas implicaciones en relación al diseño y la gestión de las EDARs. En primer lugar, el hecho de que la edad no muestre ningún tipo de influencia con los resultados de ineficiencia implica que sería suficiente un mantenimiento adecuado de las plantas para prevenir situaciones de ineficiencia, en lugar de tener que llevar a cabo una total renovación de las mismas. Además, como el NS y el T tampoco mostraron relación con la eficiencia, no parecería necesario un esfuerzo adicional en la adaptación del tamaño de las plantas a su uso. Por último, tampoco existiría ningún impacto o conveniencia de adecuación del diseño de las EDARs en relación al tipo de LA o LF.

## 5. Conclusiones

La evaluación del funcionamiento de las plantas depuradoras ha ido ganando interés dada su capacidad para proporcionar información útil y relevante con el fin de mejorar su gestión y sostenibilidad en el tiempo. En particular, este tipo de estudios cobra especial importancia en zonas donde el estrés hídrico es importante debido a las frecuentes sequías.

Este estudio es el primero en observar el problema inherente a la definición de los outputs deseables al evaluar el funcionamiento de las EDARs, así como en proponer el modo en que dicho problema puede solucionarse. Usando las modificaciones

propuestas, las conclusiones obtenidas en los análisis serán mucho más precisas y realistas.

Las principales conclusiones del estudio fueron las siguientes: (i) la definición de los outputs deseables de las EDARs implica la necesidad de introducir restricciones adicionales concernientes a la máxima cantidad de eliminación posible de cada uno de los contaminantes; (ii) los resultados obtenidos al considerar este tipo de restricciones (modelo 7) difieren notablemente de los que se logran sin su consideración (modelo 6), a pesar de que el número de EDARs eficientes sea el mismo (9 sobre 30); (iii) el nivel de ineficiencia global del modelo (7) es significativamente inferior (8.008 frente a 103.755), indicando la necesidad real de un menor esfuerzo para mejorar; (iv) a nivel individual para cada variable también se observan resultados diferentes, en general, el modelo (7) resulta en un menor requerimiento de mejora de los outputs deseables y un mejor nivel de mayor nivel de reducción de inputs y output no deseable; (v) en términos absolutos, el modelo (7) determinó que las variables a las que, en media, se les imputaba una mayor ineficiencia eran DQOR, NR, SSR y PR en ese orden; (vi) ninguna de las variables de contexto presentaron un impacto estadísticamente significativo sobre los niveles de ineficiencia, lo cual sugiere que el diseño y mantenimiento de las plantas no debería ser reajustado en relación a ninguna de las mismas.

Desde una perspectiva de política normativa, las plantas podrían mejorar sus resultados y reducir sus costes eliminando o reduciendo las ineficiencias mediante la implementación de métodos similares a los descritos en este trabajo de forma periódica. De cara a futuras investigaciones, sería deseable poder utilizar información referida a los inputs que tuviera un mayor nivel de agregación con el fin de poder concretar más acerca de las reducciones necesarias de los mismos.

## **Bibliografía**

Barros, C.P., Matias, A. 2006. Assessing the efficiency of travel agencies with a stochastic cost frontier: A Portuguese case study. *International Journal of Tourism Research* 8, 367–379.

Barros, C.P., Managi, S., Matousek, R. 2012. The technical efficiency of the Japanese banks: non-radial directional performance measurement with undesirable output. *Omega* 40 (1), 1-8.

Bi, G., Wang, P., Yang, F., Liang, L. 2014. Energy and environmental efficiency of China's transportation sector: a multidirectional analysis approach. *Math. Problems Eng.* 539-596.

Färe, R., Grosskopf, S., Lovell, C.A.K., Yaisawarng, S. 1993. Derivation of shadow prices for undesirable outputs: a distance function approach. *Rev. Econ. Stat.* 75(2), 374-380.

Fuentes, R., Torregrosa, T., Ballenilla, E. 2015. Conditional Order-m Efficiency of Wastewater Treatment Plants: The Role of Environmental Factors, *Water* 7. doi: [//doi.org/ 10.3390/w7105503](https://doi.org/10.3390/w7105503).

Fuentes, R., Torregrosa-Martí, T., Hernández-Sancho, F. 2017. Productivity of wastewater treatment plants in the Valencia Region of Spain, *Utilities Policy* 46, 58-70. doi: [//doi.org/10.1016/j.jup.2017.04.004](https://doi.org/10.1016/j.jup.2017.04.004).

Fujii, H., Managi, S., Matousek, R. 2014. Indian bank efficiency and productivity changes with undesirable outputs: a disaggregated approach. *J. Bank. Finance* 38 (1), 41-50.

Guerrini, A., Romano, G., Carosi, L., Mancuso, F. 2017. Cost Savings in Wastewater Treatment Processes: The Role of Environmental and Operational Drivers, *Water Resources Management*. 31, 2465-2478. doi: [//doi.org/ 10.1007/s11269-017-1586-9](https://doi.org/10.1007/s11269-017-1586-9).

Lorenzo-Toja, Y., Vázquez-Rowe, I., Chanel, S., Marín-Navarro, D., Moreira, M., Feijoo, G. 2015. Eco-efficiency analysis of Spanish WWTPs using the LCA+DEA method. *Water Res.* 68, 651–666.

Molinos-Senante, M., Hernández-Sancho, F., Sala-Garrido, R. 2015. Comparing the dynamic performance of wastewater treatment systems: A metafrontier Malmquist productivity index approach, *Journal of Environmental Management* 161, 309-316. doi: //doi.org/10.1016/j.jenvman.2015.07.018.

Molinos-Sentante, M., Gémar, G., Gómez, T., Caballero, R., Sala-Garrido, R. 2016. Eco-efficiency assessment of wastewater treatment plants using a weighted Russell directional distance model, *Journal of Cleaner Production*, 137, 1066-1075.

Molinos-Senante, M.; Sala-Garrido, R.; Hernandez-Sancho, F. 2016b. Development and application of the Hicks-Moorsteen productivity index for the total factor productivity assessment of wastewater treatment plants. *Journal of Cleaner Production* 112, 3116-3123.

Simar, L., Wilson, P.W. 2002. Non-parametric tests of returns to scale. *European Journal of Operational Research* 139, 115-132.

Wei, C., Löschel, A., Liu, B. 2015. Energy-saving and emission-abatement potential of Chinese coal-fired power enterprise: a non-parametric analysis. *Energy Econ.* 49, 33-43.